Navigering til sjøs uten GPS

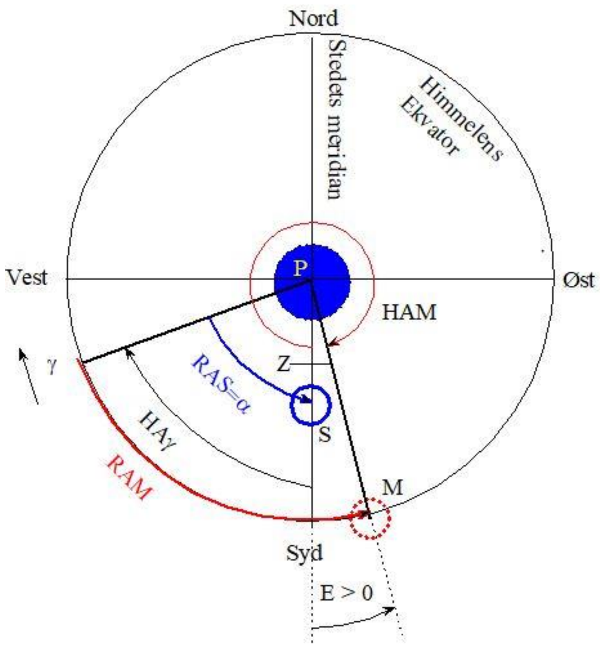
Tidsjevning (Equating of Time)

Framstillingen i dette avsnittet tar utgangspunkt Leksjon 5 i Astrofysikk/Astronomi kurset Fys 112 Høsten 2014 (UiA). Vi antar her at vårjevndøgnet (γ) er et fast punkt på ekliptikken, vi tar ikke hensyn til Jordaksens presisjon. Denne antakelsen fører til at et år er 365,2422 middelsoldager. Astronomene kaller det dette året for et tropisk år (T). Et tropisk år er tiden fra Solen (S) passerer vårjevndøgnspunktet (γ) til neste gang den passerer vårjevndøgnspunktet. I praktisk astronomi er det gunstig å plassere Jorden i sentrum av ellipsen (se Figur 2).

Sett fra Jorden vil Solen bevege seg østover på himmelen med varierende vinkelhastighet og dagens lengde vil er avhengig av årstidene. Dagene er kortere om våren sammenliknet med dagene om vinteren fordi Solens hastighet parallelt med himmelens ekvator er mindre om våren.

Klokken vår følger Middelsolen (M) som er en tenkt sol som beveger seg med konstant vinkelhastighet langs himmelens ekvator. En Middelsoldag (day = 24h) er tiden Middelsolen bruke på et omløp, fra den passerer meridianen (PZ) til neste gang den passerer meridianen. På grunn av jordrotasjonen vil Solen og Middelsolen beveger seg vestover på himmelen og passere meridianen på forskjellig tidspunkt. Det er denne tidsforskjellen som kalles tidsjevning (E). Figur 1 viser positiv tidsjevning fordi Middelsola når meridianen etter Sola.

$$E = t_M - t_S \quad (1)$$



Figur 1 Den nordlige Himmelkula

Figur 1 viser øyeblikket Solens (HAS=0 eller 24h) står i syd og Middelsolen (M) vil passere meridianen etter Solen. Tidsjevningen (E) er positiv. Figuren viser også at Solens rektascensjon (RAS = α) er timevinkelen for vårjevndøgnspunktet (HAγ = RAS). Minner om at den lokale sideriske tiden (LST), tiden som styrer teleskopet er lik timevinkelen for vårjevndøgnspunktet (HAγ). Figuren viser at tidsjevningen også gitt av likningene (2) og (3):

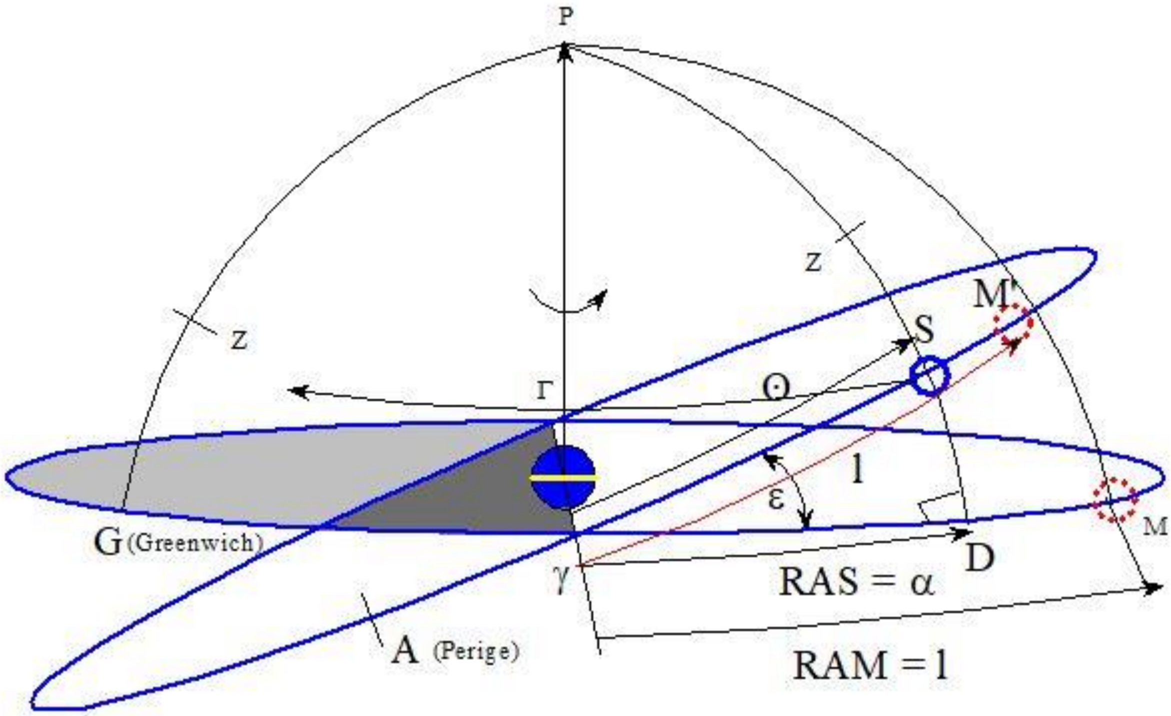
Figur 1 viser differansen mellom timevinkelen for Sola (HAS) og timevinkelen for Middelsola (HAM) er lik tidsjevningen [E]:

$$E = HAS - HAM \qquad (2)$$

Figur 1 viser også tidsjevningen må være differansen mellom rektascensjonen for Middelsola (RAM) og Sola (RAS)..

$$E = RAM - RAS \quad (3)$$

Figur 2 viser Himmelkula og Ekliptikken i samme figur. Vinkelen mellom planene er $\epsilon = 23^o26'54''(1931)$. Vårt mål er å finne et matematisk utrykk for tidsjevningen, en likning (E(l)) som beregner tidsjevningen når Middelsolen ekliptiske lengde (l) er kjent. Astronomene kaller den likningen for Tidslikningen (eller på engelsk «Equation of Time»). Solen (S) passerer meridianen PZSD (figur 2) før Middelsolen (M') fordi stjernehimmelen roterer vestover 360 grader i løpet av 24h.



Figur 2 Ekliptikken og Ekvator

Vi tar utgangspunkt i likning (3) og erstatter RAS med α og RAM med middelsolens ekliptiske lengde (l).

$$E = l - a \qquad (4)$$

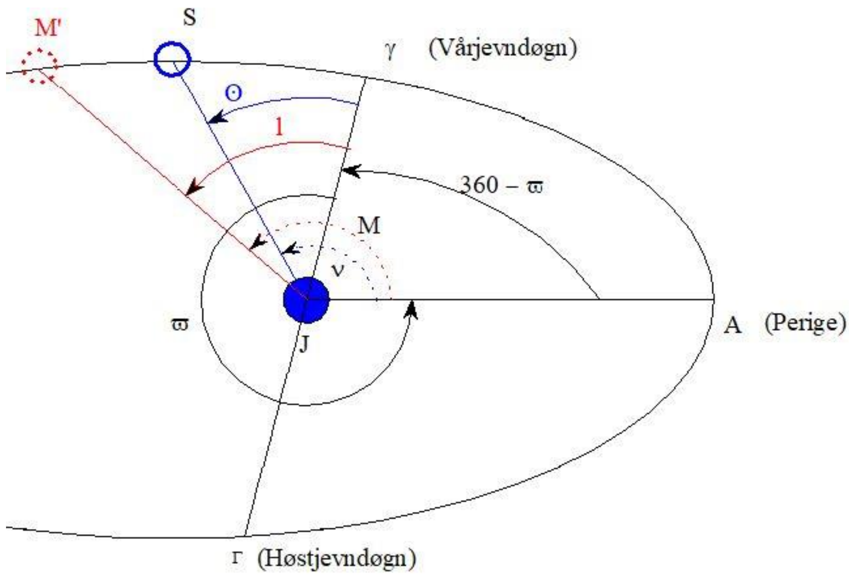
Vi kan finne E når α og l er kjent. Observasjon av Solas posisjon gir α og den midlere vinkelhastighet $\left({}^{2\pi}/_{yr} \equiv {}^{2\pi}/_{365{,}2422\ day}\right)$ som bestemmer den ekliptiske lengden (l) og dag nummeret $n = t - t_0$.

$$l = \left({}^{2\pi}/_{yr}\right)(t - t_0) \equiv 0.001720 \frac{rad}{day} \ (t - t_0) \equiv \ 0{,}9856 \frac{deg}{day} \ (t - t_0) \quad (5)$$

.

Middelsolen (M’) beveger seg østover langs ekliptikken med konstant vinkelhastigheten 0,9856 grader per dag.

Solen (S) har mindre ekliptisk lengde (⊙) sammenliknet med Middelsolens (M’) ekliptiske lengde (l).



Figur 3: Ekliptikken og ekliptiske lengder $(l, \odot, \varpi, M\ og\ \nu)$

Tar vi utgangspunkt i Perige vil lengden for Middelsolen og Solen være henholdsvis $M = l + 360^o - \varpi$ og $\nu = \odot + 360^o - \varpi$. Vi antar at vinkelavstanden mellom Perige og Vårjevndøgnspunktet har vært uforandret siden 1931: $\varpi = 281^0 45' 14'' \equiv 4{,}918 rad$. Tidsjevningen er avhengig av ellipsens eksentrisitet (equation of the senter») og jordaksens helning («reduction to the equator»).

$$E = l - \alpha \equiv (l - \odot) + (\odot - \alpha) \equiv (M - \nu) + (\odot - \alpha) \qquad (6)$$

Utledningen av tidslikningen E(l) tar utgangspunkt i den rettvinklede sfæriske trekanten $\Delta(\gamma DS)$ (figur 2). De tre sidene er henholdsvis Solens rektascensjon (α), Solens ekliptiske lengde (⊙) og storsirkelbuen DS er solens deklinasjon. Vinkelen γDS er 90 grader (deg).

Dert siste leddet i formel (6) er gitt av formel (7)

$$\odot - \alpha = 592{,}24 s \sin 2 \odot - 12{,}75 s \sin 4 \odot + 0{,}36 s \sin 6 \odot \quad (7)$$

Matematikken som benyttes her er utviklet av Leonhard Euler (1707-1783), i 1765 mottok Euler 300 pund av Lengdegradskommisjonen og John Harrison fikk 10000 pund for sitt bidra til løsningen lengdegradsproblemet.

Det første leddet i formel (6) er gitt av formel (8)

Vi finner $\odot$ av (8) og setter inn i (7):

$$Redeq(l, M) \equiv \odot - \alpha = 592{,}24s \sin 2l + 39{,}6s \sin M \cos 2l - 12{,}7s \sin 4l \qquad (9)$$

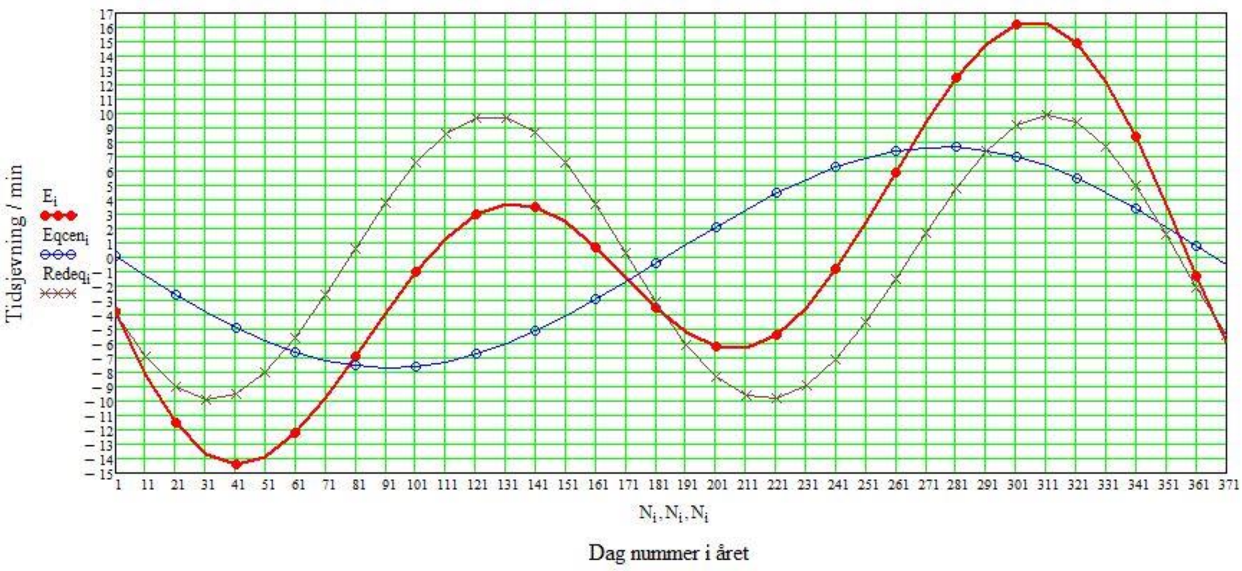
I formlene (8) og (9) kan erstatte M med $(l - 4{,}918($:

$$Redeq(l) \equiv \odot - \alpha = 592{,}24s \sin 2l + 39{,}6s \sin(l - 4{,}918) \cos 2l - 12{,}7s \sin 4l \qquad (9)$$

Tidslikningen $E(l)$ er lik summen av $Eqcen(l)$ og $Redeq(l)$:

$$E(l) = -97{,}8s \sin l - 431{,}3s \cos l + 596{,}6s \sin 2l - 1{,}9s \cos 2l + 4{,}0s \sin 3l + 19{,}3s \cos 3l - 12{,}7s \sin 4l \qquad (12)$$

Tidslikningen er hentet fra «Spherical Astronomy» (1962) W.M. Smart. Tidslikningen E(l) gir tidsjevningen når Middelsolens ekliptiske lengde (l) er kjent. Likning (12) er et tilnærmet utrykk, alle ledd større enn 2. oden er sløyfet.



Figur 4 Den røde grafen viser tidslikningen E(l) for året 2019 (årene uten skuddår)

Tidslikningen er sammensatt av to kurver, den ene delen (blå kurve) er avhengig av ekliptikkens eksentrisitet og den andre delen (grønn kurve) er avhengig av jordaksens helning i forhold til ekliptikken. Den røde kurven viser hvordan tidsjevningen varierer fra 1. januar 2019 til 6. januar 2020. Tidsligningen i figur 4 baserer seg på tabellverdier fra 1931. Tallene på x-aksen viser dag nummeret. Tallene på y-aksen viser tidsjevningen når enheten er minutter. Størst tidsjevning har vi 7. november (dag nummer 311), tidsjevningen denne dagen er omtrent 16 minutter, 16 minutter 4,1 grad øst for meridianen. En observasjon av lengdegraden denne dagen uten å ta hensyn til tidsjevning vil føre til en feil på 246 nautiske mil.

MathCad beregner tidsjevningen dag for dag

$\underset{\sim}{day} := 24hr$ Middelsolens vinkelhastighet (VH) langs ekliptikken: $VH := \frac{2\cdot\pi}{365.2422\cdot day} = 0.01720\cdot\frac{rad}{day}$ $VH = 0.986\frac{deg}{day}$

Middelsolens lengde når origo er Vårjevndøgnspunktet (+ $l(n) := 0.01720\cdot(n-80)$ Dag nummer 80 er 21. mars $l(200) = 2.064$

$$E(l) := \frac{-97.8\cdot\sin(l) - 431.3\cdot\cos(l) + 596.6\cdot\sin(2\cdot l) - 1.9\cdot\cos(2l) + 4.0\cdot\sin(3\cdot l) + 19.3\cdot\cos(3\cdot l) - 12.7\cdot\sin(4\cdot l)}{60} \qquad E(2.064) = -6.189$$

Ta kontakt med UIA og få tilgang til programmet MathCad (appsanywhere.uia.no)

Filen ligger i mappen Toshiba/2019 ny verdensrommet org/AiA foredraget 12 mars 2019/ Tidsjevning E(i) og l.mcdx

$\omega := 281.7568\cdot deg$ $\omega - 2\cdot\pi = -1.366$ $\omega = 4.918\cdot rad$ $rad = 57.296\cdot deg$ ORIGIN := 1 $e_1 := 0.0167381$ $i := 1..38$

$VH := \frac{2\cdot\pi}{365.2422\cdot dag} = 0.01720\cdot\frac{rad}{dag}$ $VH\cdot 81\cdot dag = 1.393$ $l_i := 0.01720\cdot\overrightarrow{(N_i - 81)}$ $l_1 = -1.376$

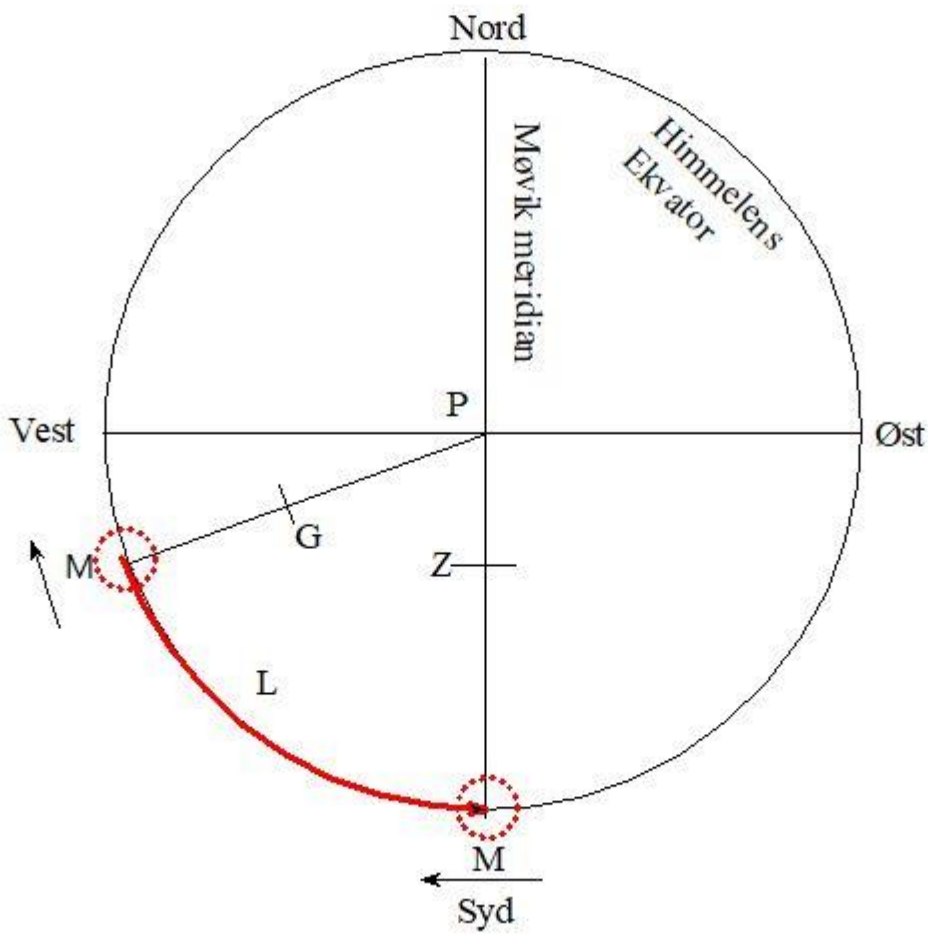
$$E_i := \overrightarrow{\left(\frac{-97.8\cdot\sin(l_i) - 431.3\cdot\cos(l_i) + 596.6\cdot\sin(2\cdot l_i) - 1.9\cdot\cos(2l_i) + 4.0\cdot\sin(3\cdot l_i) + 19.3\cdot\cos(3\cdot l_i) - 12.7\cdot\sin(4\cdot l_i)}{60}\right)}$$

$$Eqcen_i := \overrightarrow{\left(\frac{-460.33\cdot\sin(l_i - 4.918) - 4.82\cdot\sin(2l_i - 2\cdot 4.918)}{60}\right)}$$ Equiation of the center (ellipse-bidraget)

$Redeq_i := E_i - Eqcen_i$ Reducton to the equator (vinkelen mellom ekliptikken og ekvator

Filen ligger i mappen Toshiba/2019 ny verdensrommet org/AiA foredraget 12 mars 2019/ Tidslikningen.mcdx

Lengdegraden for Tycho Brahe Observatoriet på Møvik «observert» 19. juli 2018



Figur 5 Lengdegraden for Møvik: $L = t_{MG} - t_{MZ}$ (10)

Middelsola treffer meridianen over Møvik før den passerer nullmeridianen over Greenwich fordi Møvik ligger øst av Greenwich. Likningen (10) viser at det er denne tidsforskjellen mellom disse passeringene som bestemmer lengdegraden for Møvik. Figur 5 viser himmelkula og meridianene over Greenwich (PG) og over Møvik (PZ).
Middelsola passerer Møvik klokken $t_{MZ} = 11h28m12s\ GMT$ og klokken $t_{MG} = 12h00m\ 00s\ GMT$ står Middelsola i syd over Greenwich.
Lengdegraden på Møvik er (10): $L = 12h00m00s - 11h28m12s \equiv 00h31m48s$

Middelsolen beveger seg med konstant vinkelhastighet langs himmelens ekvator og tilbakelegger 15 grader på 60 minutter:

$$L = \frac{15^o}{60'} 31{,}80' \equiv 7{,}95^o \equiv 7^o 57'$$

Møvik ligger 477 nautiske mil øst eller 883 km øst av Greenwich. Vi skal se litt nærmere på hvordan vi kom fram til $t_{MZ} = 11h28m12s\ GMT$

Det store problemet på 1700-tallet var å finne tidspunkt Middelsola passerte stedets meridian. Harrison fant løsningen, han utviklet en klokke (H4) som kunne frakte tiden over store strekninger til sjøs. Navigatøren fant tidspunktet Middelsolen stod i sør ved hjelp av kronometer, sekstant og nautiske tabeller. Stedets lengdegrad er gitt av formel (10). I dette eksemplet skal vi jukse litt, vi skal benytte «sofa metoden» det vil si Appen Sky Safari og figur 4. Sky Safari må være innstilt på «Use Current Location" for Møvik og «Automatic Daylight Saving Time» må være satt «ON». Appen innstilt på 19. juli 2018 gir en «transitt-tid» på: $t_S = 11:34:22\ GMT$ (sonetid: -2h). Figur 4 gir tidsjevningen omtrent $E = -00:06:10$. Tidspunktet Middelsolen er på meridianen er gitt av likning (1):

$$-00:06:10 = t_M - \qquad 1:34:22 \text{ GMT}$$

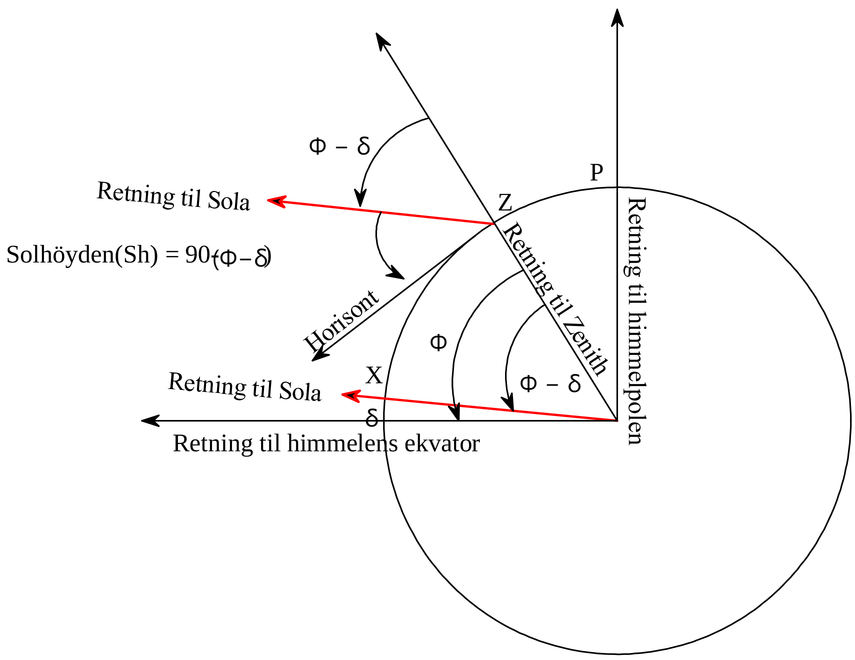
Denne likningen gir passeringstiden for Middelsolen over Møvik:

$$t_M = 11:14:22 - 00:06:10 = 11:28:12\ GMT$$

Lengdegraden på Møvik er -7,95 grader eller -007^{o}57', negativ lengdegrad betyr at Møvig ligger øst for Greenwich. GPS-lengden er: $-007°58'09{,}2''$. Tidslikningen gir en usikkerhet på ett bueminutt (1'), tilsvarer en nautisk mil (1852m). GPS systemet gir en usikkerhet på ett buesekund (1''), tilsvarer 31 meter.
Sommeren 2019 skal den klassiske metoden praktiseres på havet eller på sørsiden Flekkerøy ved hjelp av sekstant, kalkulator, tidslikningen E(n) og et armbåndsur.

Tycho Brahe Observatoriet flyttes til lengdegraden: $-007°57'$

Breddegraden når solhøyden er kjent



Figuren viser solen på meridianen over Kristiansand (Z). Punket P er den geografiske nordpol. Stedet Z (Kristiansand) har breddegraden Φ lik 58 grader. X er solens projeksjonspunkt, breddegraden for dette punktet er lik solens deklinasjon. 9. september 2005 er solens deklinasjon (δ = dec) lik 5,2061 grader. Transittiden for solen denne dagen er 14h24m. Transittiden er tidspunktet står høyest på himmelen, solen står da i syd (asimut 180 garder) og passerer meridianen. Med andre ord ligger solen på storsirkelen gjennom Z og P. I sommerhalvåret fra vårjevndøgn til høstjevndøgn har solen positiv deklinasjon. Solhøyden (Sh) vil da alltid være:

$$Sh = 90 - (\Phi - \delta)$$

Denne formelen kan vi benytte til å bestemme breddegrad på sjøen. Vi kan måle solhøyden (ved hjelp av en sekstant) når den er høyest på himmelen, finner solens deklinasjon i en tabell eller ved Starry Night progammet og vi kan beregne vår breddegrad.